

离散数学作业 Problem Set 1

Problem 1

下列哪些语句是命题？这些命题的语句的真值是什么？

- a) $2 + 3 = 5$
- b) $x - 10 = 8$
- c) 如果太阳从西边升起，则地球自东向西转
- d) 如果太阳从东边升起，则地球自东向西转
- e) 不要选择这个答案
- f) 世界上最大的岛屿是什么？

Problem 2

将下列命题符号化。

- (1) 我见的既不是小张也不是小王
- (2) 他出生于 1963 年或者 1964 年
- (3) 只要下雨我就带伞
- (4) 只有下雨我才带伞
- (5) 除非天气好，否则我是不会出去的
- (6) 两个数的和是偶数当且仅当这两个数都是偶数或者这两个数都是奇数

Problem 3

用真值表证明下面两个命题是等价的 $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ 和 $(p \wedge q) \rightarrow r$

Problem 4

假设有两扇门，分别通往两个房间，每扇门上都写有一句提示。第一扇门上的提示是：“这个房间里有美女，而另一个房间里有野兽”；第二扇门上的提示是：“两个房间中，一个是美女，一个是野兽”。已知这两句提示中有且仅有一句是真的。请问：哪一扇门后面是野兽？

Problem 5

判断下列复合命题是否可满足；若可满足，请给出一个具体的真值赋值：

a) $(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

b) $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg s) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee \neg r \vee \neg s) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg r \vee \neg s)$

c) $(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg s) \wedge (q \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg p \vee r \vee s) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg s) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg r \vee \neg s)$

拓展建议：可尝试使用 SMT 求解器（如 Z3、CVC5 等）自动化求解以上命题的可满足性问题，并输出满足条件的赋值（若存在）。

Problem 6

计算下列表达式：

$$11000 \wedge (01011 \vee 11011)$$

$$(01111 \wedge 10101) \vee 01000$$

$$(01010 \oplus 11011 \oplus 01000)$$

$$(00111 \oplus 11111) \vee 00001$$

Problem 7

证明命题 $((A \wedge B) \rightarrow C) \wedge \neg D \wedge (\neg C \vee D) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$ 是永真式

Problem 8

公司需要从 A、B、C、D 四个人中派两个人出差。其中有一些出差安排必须遵守，如下所示：

1. 若 A 去则 C 和 D 中要去一个人。
2. B 和 C 不能都去。
3. C 去则 D 要留下。

请问有多少种出差派法？

Problem 9

证明以下两个语句逻辑等价：

$$\neg \exists x \forall y P(x, y) \quad \text{和} \quad \forall x \exists y \neg P(x, y)$$

其中两个 $P(x, y)$ 的第一个变元 x 的量词具有相同的论域，第二个变元 y 的量词也具有相同的论域。

Problem 10

将下列语句符号化后，使用推理规则证明：

不认识错误的人，也不能改正错误。有些诚实的人改正了错误。所以有些诚实的人是认识了错误的人。

Problem 11

已知前提：

1. $\forall x (P(x) \vee Q(x))$
2. $\forall x (\neg Q(x) \vee S(x))$
3. $\forall x (R(x) \rightarrow \neg S(x))$
4. $\exists x \neg P(x)$

证明： $\exists x \neg R(x)$

Problem 12

已知前提：

1. $\exists x(P(x) \wedge \forall y(D(y) \rightarrow L(x, y)))$
2. $\forall x(P(x) \rightarrow \forall y(Q(y) \rightarrow \neg L(x, y)))$

证明： $\neg \exists y(D(y) \wedge Q(y))$

-
- 提交日期：9 月 5 日
 - 推荐使用 Overleaf 在线编辑并生成 PDF 文档打印
 - 接受手写
 - 无需抄写题目，标明题号即可